

Click!

Click!

Click!

Click!

Click!

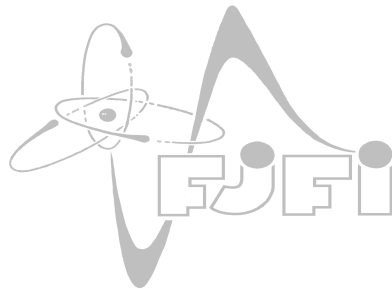
Matematické modelování přírodních procesů – výpočetní dynamika tekutin



Ing. Pavel Eichler, Ph.D.

FJFI, ČVUT v Praze

25.6.2025



Co je matematické modelování



2

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) &= \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}\right) \\ \int_{\mathbb{R}_n} T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx &= M\left(T(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\xi, \theta)\right) \\ \int_{\mathbb{R}_n} T(x) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta)\right) \cdot f(x, \theta) dx &= \int_{\mathbb{R}_n} T(x) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(x, \theta)\right) \cdot f(x, \theta) dx\end{aligned}$$



Co je matematické modelování



3



1. Přírodní jev

Co je matematické modelování



1. Přírodní jev

Co je matematické modelování



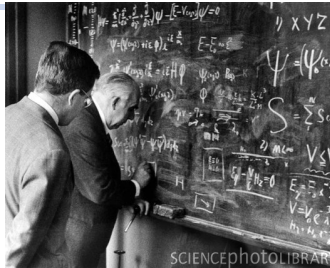
1. Přírodní jev

Co je matematické modelování



1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů

Co je matematické modelování



1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis

Co je matematické modelování

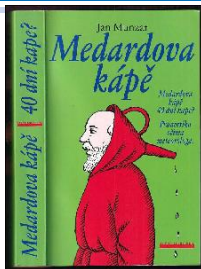


3



1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis
4. Experimentální data (laboratorní výsledky)

Co je matematické modelování

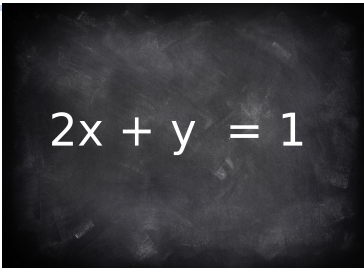


1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis
4. Experimentální data (laboratorní výsledky)
5. Matematický model

Co je matematické modelování



1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis
4. Experimentální data (laboratorní výsledky)
5. Matematický model


$$2x + y = 1$$

1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis
4. Experimentální data (laboratorní výsledky)
5. Matematický model



$$\begin{aligned}2x + y &= 1 \\ y &= 0 \\ \Rightarrow x &= \text{NaN}\end{aligned}$$

1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis
4. Experimentální data (laboratorní výsledky)
5. Matematický model
6. Návrh numerické (počítačové) metody pro řešení modelu

Co je matematické modelování



1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis
4. Experimentální data (laboratorní výsledky)
5. Matematický model
6. Návrh numerické (počítačové) metody pro řešení modelu
7. Implementace numerické metody

$$\begin{aligned}2x + y &= 1 \\ y &= 0 \\ \Rightarrow x &= 0.49\end{aligned}$$

1. Přírodní jev
2. Studium přírodních zákonů
3. Fyzikální popis
4. Experimentální data (laboratorní výsledky)
5. Matematický model
6. Návrh numerické (počítačové) metody pro řešení modelu
7. Implementace numerické metody
8. Interpretace simulovaných výsledků

1. Přírodní jev



2. Studium přírodních zákonů



5



3. Fyzikální popis



- ▶ Co zkoumáme?
 - ▶ Obtékání vzduchu kolem tělesa.
- ▶ Z čeho se to skládá?
 - ▶ Vzduch, pevné těleso.
- ▶ Co pozorujeme?
 - ▶ Výtvar vírů.
- ▶ Dá se to replikovat?
- ▶ Atd...

4. Experiment



5. Matematický model



MASS
Density of the fluid

ACCELERATION
How velocity experienced by a particle changes with time

FORCE
All the forces that are acting on the fluid

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = \nabla P + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{V}$$

Change in velocity over time

The speed and direction which the fluid is moving

Internal pressure gradient of the fluid (the change in pressure)

External forces acting on the fluid (such as gravity)

Internal stress forces acting on the fluid (taking into consideration viscous effects)

Navier–Stokes Equations

Describe the flow of incompressible fluids.

5. Numerické řešení



- ▶ Navrhujeme vlastní řešení matematického modelu
- ▶ Použijeme již navržené a implementované v nějakém softwarovém balíku
 - ▶ Komerční: ANSYS, Comsol, XFlow, ...
 - ▶ OpenSource: OpenLB, **OpenFOAM**, ...

5. Numerické řešení



10

Spustíme HelyxOS

Otevřeme konzoli a zadáme příkaz helyx

```
~ : bash — Konzole <6>
Soubor Úpravy Pohled Záložky Moduly Nastavení nápověda
Nová karta Rozdělit pohled
Kopírovat Vložit Najít
[eichler@latticeNTBK ~]$
[eichler@latticeNTBK ~]$
[eichler@latticeNTBK ~]$ helyx
```

5. Numerické řešení



Spustíme HelyxOS

Vytvoříme novou úlohu

